

DOI: 10.7652/xjtuxb201709009

橡胶的可压缩性在推力杆球铰有限元分析中的应用

史文库, 刘国政, 陈志勇

(吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室, 130022, 长春)

摘要: 以重型车推力杆橡胶球铰为研究对象, 对其纵向刚度进行了有限元仿真和试验验证, 分析了橡胶的可压缩性对有限元仿真结果的影响, 并对橡胶球铰结构进行了优化。采用单轴拉伸试验获取橡胶的应力-应变数据, 由此拟合出超弹性本构模型中应变偏量能部分的参数; 体积应变能部分的参数由泊松比推导得出, 通过调整泊松比可以改变橡胶的可压缩性。研究表明, 橡胶的可压缩性对推力杆橡胶球铰的有限元仿真结果有很大影响, 推力杆的刚度随泊松比的增加而增大。泊松比小于 0.495 时, 推力杆刚度的仿真和试验值线性增大; 泊松比大于 0.495 时, 推力杆的刚度值增速加快; 泊松比取 0.492 时, 仿真值与试验值吻合。这表明调整泊松比来修正橡胶材料的可压缩性是合理的, 该结果对橡胶材料的设计具有参考价值。

关键词: 推力杆; 有限元分析; 橡胶; 可压缩性

中图分类号: TH212; TH213.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)09-0063-06

Application of Rubber Compressibility to
Finite Element Analysis for Thrust Rod

SHI Wenku, LIU Guozheng, CHEN Zhiyong

(State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130022, China)

Abstract: Following the finite element analysis and the experimental verification, the vertical stiffness of thrust rod for heavy-duty vehicles is analyzed, the influence of rubber compressibility on the simulation result is taken into consideration, and the structure of the thrust rod is optimized. Uniaxial tension test for rubber specimens is conducted to obtain the strain-stress data, by which the parameters of the deviatoric term are fitted. The parameters of the volumetric term are described by Poisson's ratio. And the compressibility can be adjusted by changing the value of Poisson's ratio. It shows that the compressibility exerts an important effect on the finite element simulation result, and the stiffness of the thrust rod increases with Poisson's ratio increasing. The stiffness of the thrust rod increases linearly when Poisson's ratio is less than 0.495, and it increases rapidly as Poisson's ratio is larger than 0.495. When Poisson's ratio is 0.492, the results of simulation and experiment coincide well. It indicates that modification of rubber compressibility by adjusting Poisson's ratio is reasonable.

Keywords: thrust rod; finite element analysis; rubber; compressibility

推力杆是多轴商用车平衡悬架的关键部件之一。在平衡悬架中钢板弹簧把载荷平均分配给中、

后桥,主要传递垂向力和侧向力,而平衡悬架中的驱动力、制动力完全是由推力杆实现的。推力杆球铰结构是推力杆总成的关键部位,由金属外套、芯轴、塑料、橡胶、两侧端盖等组成,可以起到缓冲的作用。

橡胶材料具有超弹性、非线性、大变形等特性,广泛应用在工程领域,如轮胎、密封圈、发动机悬置、桥梁支座、橡胶衬套等。由于橡胶的高度非线性,通常用有限元方法来预测橡胶结构的应力分布、刚度等特性。橡胶的体积压缩性很小,通常认为是不可压缩的。对于橡胶球铰、桥梁支座等结构,橡胶与钢板硫化在一起,橡胶的自由面比较小,其边界处于较强的约束状态,这样橡胶的可压缩性对橡胶件的刚度会产生很大的影响。

橡胶是典型的超弹性材料,其应力与应变关系通过超弹性本构模型来描述,分别用不同的应变能函数 W (单位体积的橡胶具有的能量)^[1] 来表达。

Zhang 等对橡胶桥梁支座采用了有限元分析和 Mooney-Rivlin 本构模型^[2],但忽略了橡胶的体积应变能。Mishra 等用有限元仿真橡胶隔振器时同样采用了 Mooney-Rivlin 模型^[3]。Korochkina 对打印机橡胶滚子受力采用了有限元分析^[4],但均忽略了体积应变能。Peyman 对纤维增强橡胶支座采用了 Neoh-Hookean 本构模型,认为橡胶泊松比是 0.499 8,近似不可压缩^[5],但是没有深入研究橡胶的可压缩性对支座性能的影响。

国内通常是通过橡胶参数识别试验得到应力-应变数据,从而拟合出应变偏量能 ψ 的各项系数,主要侧重于本构模型的选择。何小静采用单轴拉伸、等双轴拉伸和平面剪切试验获取了橡胶试件的应力-应变关系^[6],但是只考虑了应变偏量能,忽略了橡胶的可压缩性。王国权等探究了不同本构模型在有限元分析中的适应性,最后得到的体积应变能 G 的系数都为 0^[7],即只考虑了应变偏量能。朱武对叠层橡胶弹簧进行了有限元分析^[8],同样忽略了橡胶的可压缩性。周振凯用有限元计算橡胶减振器时分析了橡胶参数识别试验对有限元模型正确性的影响^[9],其也忽略了体积应变能。

本文以重型车 V 型推力杆橡胶球铰为研究对象,分析了橡胶压缩性对推力杆纵向刚度的影响。首先推导出由泊松比描述的橡胶应变能函数中体积应变能的表达式,然后利用单轴拉伸试验确定应变能函数的各项系数,最后将有限元分析和试验相结合,通过试验值和仿真值的比较确定橡胶泊松比,从而得到橡胶压缩性修正的有限元模型,由此改进推

力杆球铰结构。

1 橡胶的压缩性

1.1 体积模量和泊松比

橡胶的压缩性由 2 个参数描述:体积模量 K 和泊松比 ν 。体积模量是橡胶材料承受的体积压力和体积应变的比值,橡胶的体积模量一般通过体积压缩试验获取,该试验没有相关标准,且操作难度较大^[10]。

泊松比定义为材料在单向受拉或受压时,横向正应变与轴向正应变的绝对值比值^[11]。

体积模量与泊松比存在如下关系^[12]

$$\nu = \frac{3K - 2\mu}{6K + 2\mu} \quad (1)$$

因为橡胶的体积模量远大于剪切模量,所以泊松比接近 0.5,对于完全不可压缩的材料,泊松比等于 0.5。但是,这种材料是不存在的,因此所有橡胶材料的泊松比都小于 0.5。

1.2 橡胶可压缩超弹性本构模型

1.2.1 多项式模型 常用的本构模型有 Mooney-Rivlin、Neoh-Hookean、Yeoh、Ogden 等。前三者属于多项式模型,其一般形式为

$$W(I_1, I_2, i_3) = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j + \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} (i_3 - 1)^{2k} \quad (2)$$

式中: C_{ij} 为橡胶的特性参数; D_k 为决定橡胶压缩性的参数,该值越小,橡胶不可压缩性越大; I_1 和 I_2 是第一和第二应变不变量; i_3 是变形前后的体积比。

Mooney-Rivlin 模型为一阶多项式模型,也是应用最多的本构模型,其应变能函数为

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + \frac{1}{D_1} (i_3 - 1)^2 \quad (3)$$

Neoh-Hookean 模型是 Mooney-Rivlin 模型的简化,消去了 C_{01} 项,其应变能函数为

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + \frac{1}{D_1} (i_3 - 1)^2 \quad (4)$$

Yeoh 模型是三阶多项式模型的简化,应变偏量能只保留了含有第一应变不变量 I_1 的项,表达式为 $W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3 + \frac{1}{D_1} (i_3 - 1)^2 + \frac{1}{D_2} (i_3 - 1)^4 + \frac{1}{D_3} (i_3 - 1)^6$ (5)

无论是几次多项式,橡胶的初始体积模量和初始剪切模量只由一次项系数决定^[4],即

$$\mu = 2(C_{10} + C_{01}); K = 2/D_1 \quad (6)$$

根据式(1)和式(6),橡胶可压缩性系数 D_1 可以用泊松比 ν 来表达

$$D_1 = \frac{3(1-2\nu)}{2(\nu+1)(C_{10} + C_{01})} \quad (7)$$

橡胶体积应变一般很小,即 $i_3 \rightarrow 1, (i_3 - 1) \rightarrow 0$,忽略高阶无穷小项 $(i_3 - 1)^{2i}, i \geq 2$,常用的多项式模型的应变能函数可以修改为

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{Mooney-Rivlin}} &= C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + \frac{2(\nu+1)(C_{10} + C_{01})}{3(1-2\nu)}(i_3 - 1)^2 \\ W_{\text{Neo-Hookean}} &= C_{10}(I_1 - 3) + \frac{2(\nu+1)C_{10}}{3(1-2\nu)}(i_3 - 1)^2 \\ W_{\text{Yeoh}} &= C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 + \frac{2(\nu+1)C_{10}}{3(1-2\nu)}(i_3 - 1)^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

1.2.2 Ogden 模型 Ogden 模型是用主伸长量来描述应变能函数,其一般形式为

$$W(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, i_3) = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i}) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_k} (i_3 - 1)^{2k} \quad (9)$$

式中: μ_i 和 α_i 为橡胶的性能参数,与橡胶种类和配方有关。相应的橡胶初始体积模量和初始剪切模量分别为

$$\mu = \sum_{i=1}^N \mu_i; K = 2/D_1 \quad (10)$$

结合式(4),可压缩性系数可为

$$D_1 = \frac{3(1-2\nu)}{(1+\nu) \sum_{i=1}^N \mu_i} \quad (11)$$

和多项式模型一样,忽略 $(i_3 - 1)^{2i}$ 的高阶无穷小项,Ogden 模型的应变能函数可以写成如下形式

$$W_{\text{Ogden}} = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i}) + \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i(1+\nu)}{3(1-2\nu)} (i_3 - 1)^2 \quad (12)$$

1.3 橡胶球铰本构模型的参数识别

为了确定推力杆橡胶球铰的本构模型参数,需要对橡胶试件进行参数识别试验,常用试验有单轴拉伸(压缩)试验、等双轴拉伸试验、纯剪切试验等。

由于实验室条件的限制,所以本文只对推力杆球铰橡胶进行单轴拉伸试验。依据国家标准 GB/T528—2009《硫化橡胶或热塑性橡胶拉伸应力应变

性能的测定》,试样采用哑铃型标准 I 型^[13]。

图 1 是橡胶的单轴拉伸试验。哑铃状的橡胶试样被上、下夹头加紧,下夹头固定,上夹头匀速向上运动,拉伸过程中的拉力由夹头内部的拉力传感器测量,样件测量区的伸长量由引伸计测量。

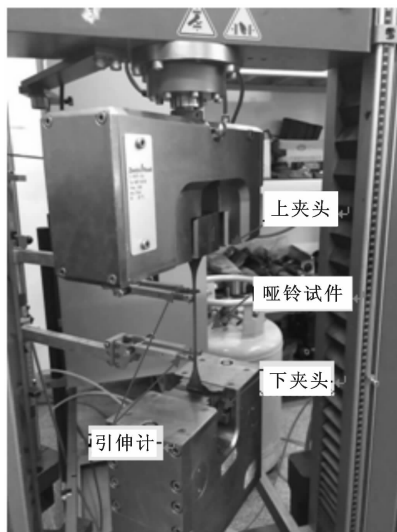


图 1 橡胶的单轴拉伸试验

由试验数据拟合出应变偏量能的各项系数,而体积应变能系数取决于泊松比,即通过调整泊松比来改变橡胶的可压缩性。对于单轴拉伸试验,应力和应变之间存在如下关系

$$\sigma = 2\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}\right)\left(\frac{\partial \psi}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \psi}{\partial I_2}\right) \quad (13)$$

各本构模型的应力和应变的关系为^[14]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\text{Mooney-Rivlin}} &= 2\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}\right)\left(C_{10} + C_{01} \frac{1}{\lambda}\right) \\ \sigma_{\text{Neo-Hookean}} &= 2(\lambda^2 - 1/\lambda)C_{10} \\ \sigma_{\text{Yeoh}} &= 2(\lambda^2 - 1/\lambda)(C_{10} + C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2) \\ \sigma_{\text{Ogden}} &= \mu_1(\lambda^{\alpha_1} - 2^{(\alpha_1-1)}\lambda^{-\alpha_1/2}) + 2(\lambda^{\alpha_2} - 2^{(\alpha_2-1)}\lambda^{-\alpha_2/2}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

根据试验得到的应力-应变数据和式(14),利用最小二乘法拟合出 4 种本构模型的参数,结果如表 1 所示。

图 2 是各本构模型的应力-应变曲线。为了评价本构模型的准确性,分别在相同应变下计算了 4 种本构模型应力值和试验值的相对误差,由此绘制出误差曲线,如图 3 所示。在应变接近 0 时,4 种模型的拟合误差都比较大,与 Ogden 的研究结论^[15]一致。Mooney-Rivlin 模型和 Neo-Hookean 模型拟合误差较大,Ogden 模型拟合误差最小,因此本文采用二阶 Ogden 模型作为推力杆橡胶球铰的本构模型。

表 1 4 种本构模型参数

本构模型	应变偏量能参数	体积应变能参数
Mooney-Rivlin	$C_{10}=2.07\text{ MPa}$	$\frac{2(\nu+1)(C_{10}+C_{01})}{3(1-2\nu)}$
	$C_{01}=-1.44\text{ MPa}$	
Neo-Hookean	$C_{10}=1.23\text{ MPa}$	$\frac{2(\nu+1)C_{10}}{3(1-2\nu)}$
Yeoh	$C_{10}=1.09\text{ MPa}$	$\frac{2(\nu+1)C_{10}}{3(1-2\nu)}$
	$C_{20}=0.001\text{ MPa}$	
	$C_{30}=0.004\text{ MPa}$	
Ogden	$\alpha_1=6.37$	$\frac{(\mu_1+\mu_2)(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$
	$\alpha_2=-5.80$	
	$\mu_1=0.013\text{ MPa}$	
	$\mu_2=3.073\text{ MPa}$	

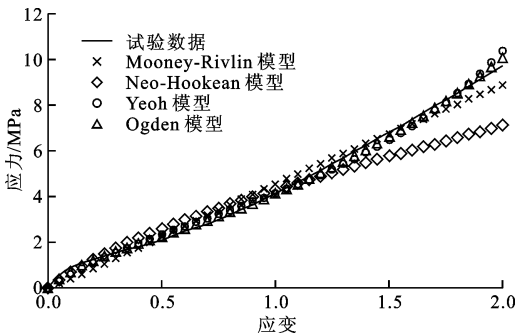


图 2 4 种本构模型的应力-应变曲线

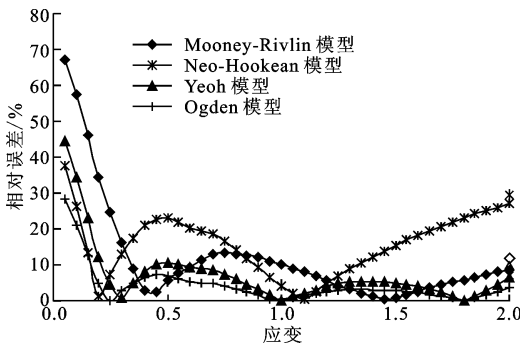


图 3 4 种本构模型的误差曲线

1.4 泊松比与体积模量关系

图 4 是橡胶的泊松比与体积模量的关系。从图

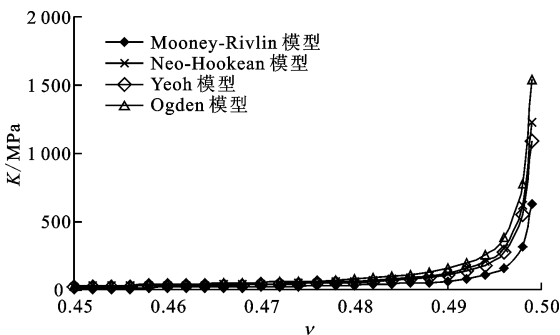


图 4 橡胶的泊松比与体积模量的关系

4 可以看出:当泊松比在 0.495 以下时,体积模量随着泊松比的增大而增大,两者基本成线性关系;当泊松比大于 0.495 时,体积模量陡增,且对泊松比的变化十分敏感。因此,可以通过调节泊松比来改变橡胶的压缩性。

2 推力杆球铰的有限元分析

2.1 推力杆有限元模型

本文推力杆用于某重型商用车的平衡悬架,该车主要行驶在矿区的非公路路面,使用强度大,路况恶劣。图 5 是 V 型推力杆球铰结构图。V 型推力杆球铰内部由芯轴、塑料层、橡胶组成,橡胶的变形受到端盖和金属外套的限制。

利用 Hypermesh 软件对推力杆进行网格划分,再将网格导入 ABAQUS 软件中进行计算。金属件采用 C3D8R 六面体网格,橡胶采用 C3D8H 杂交单元^[16]。金属材料的泊松比为 0.3,弹性模量为 210 GPa;橡胶采用 2 阶 Ogden 模型,模型参数见表 1。

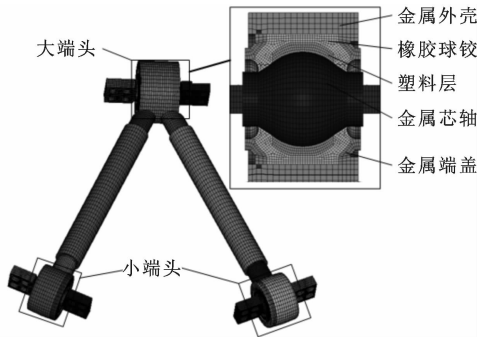


图 5 V 型推力杆球铰结构

橡胶和金属外套之间设置接触约束,分别定义为切向行为和法向行为。固定 2 个小球铰的芯轴,在推力杆大端施加位移载荷,以便得到推力杆的刚度曲线。

2.2 橡胶体积可压缩模型修正

为了验证有限元模型的正确性,对推力杆进行纵向静刚度试验(见图 6)。推力杆安装在试验机上,固定推力杆小端,纵向载荷施加在大端,位移和载荷数据在加载过程中采集。测试之前,先对推力杆施加幅值为 4 mm 的正弦位移载荷,重复 4 次使得橡胶的性能趋向稳定。

推力杆球铰的运动受到金属壁面的强力约束,而橡胶的可压缩性对球铰刚度有较大影响。为了修正橡胶有限元模型的可压缩性,分别对橡胶赋予了不同的泊松比,计算其刚度值,并与试验进行对比。图 7 是不同泊松比时推力杆的位移-载荷曲线。从

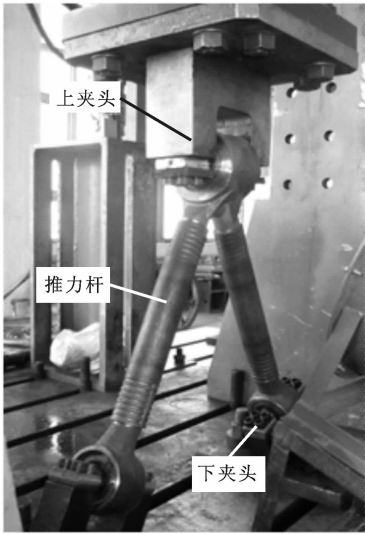


图 6 推力杆静刚度试验

图 7 可以看出:泊松比对推力杆的纵向刚度影响很大,泊松比越大,刚度越大;当泊松比取 0.492 时,仿真值与试验值基本吻合。

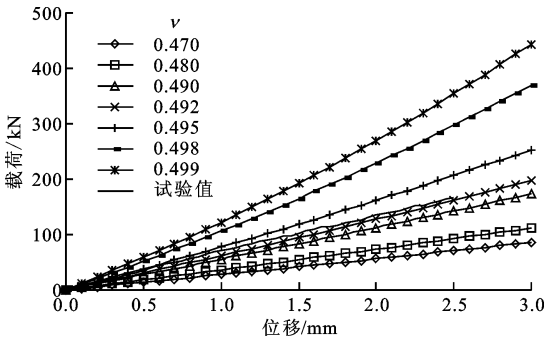


图 7 不同泊松比时推力杆的位移-载荷曲线

图 8 是不同泊松比时推力杆的刚度变化。从图 8 可以看出:推力杆的刚度随泊松比的增加而增大;当泊松比小于 0.495 时,两者基本成线性关系;当泊松比大于 0.495 时,推力杆的刚度值增速加快。该结果与图 4 橡胶的体积模量-泊松比的变化趋势一致,说明橡胶的可压缩性对推力杆刚度的影响很大。

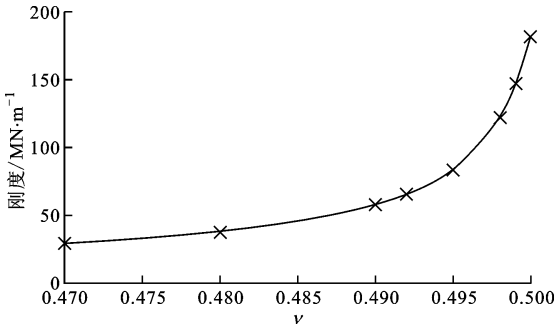


图 8 推力杆的泊松比-刚度曲线

3 球铰结构的改进

纵向刚度是推力杆的重要性能指标,该项性能直接影响推力杆的疲劳寿命。根据试验结果知,原结构推力杆的纵向刚度较小,达不到设计要求,在使用过程中会导致橡胶层变形过大,疲劳寿命降低。因此,需要对橡胶球铰进行结构改进,提高推力杆的纵向刚度。

推力杆纵向刚度主要取决于橡胶层的结构,其影响因素包括:①球铰外围零件直径;②端盖结构;③金属芯轴的直径;④塑料层结构。球铰外围零件直径(金属外套内径)越大,橡胶层厚度就越大,刚度越小;端盖结构会限制橡胶的轴向变形,影响推力杆的刚度;金属芯轴直径越大,橡胶层厚度就会越小,推力杆刚度变大;塑料层嵌在橡胶内部,其结构会直接影响橡胶层的结构。由于所研究的推力杆已经量化生产,金属模具不能改变,因此本文通过改变塑料层的结构来调整推力杆的纵向刚度。

通过有限元分析,增加塑料层的宽度和径向尺寸可以使推力杆的刚度达到设计要求。图 9 是推力杆球铰原始结构。图 10 是推力杆球铰改进结构,图中将原塑料层顶面由圆弧型改为平顶,并适当增加了塑料层的宽度。图 11 是推力杆球铰截面图。图 12 是橡胶球铰在纵向位移 3 mm 时的应力云图。

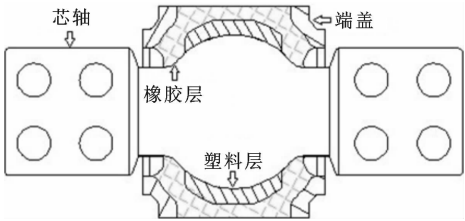


图 9 原始结构

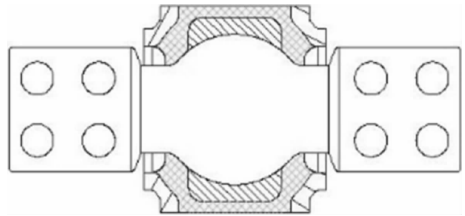


图 10 改进结构

图 13 是推力杆改进结构的载荷随位移变化的有限元仿真和试验对比。从图 13 可以看出:位移小于 1 mm 时,仿真与试验结果十分接近;当位移大于 1 mm 时,两条曲线不太吻合,但是两者最大误差在 12% 以内。该误差主要来自橡胶本构模型参数的准确性、有限元模型精度以及推力杆刚度试验。对于橡

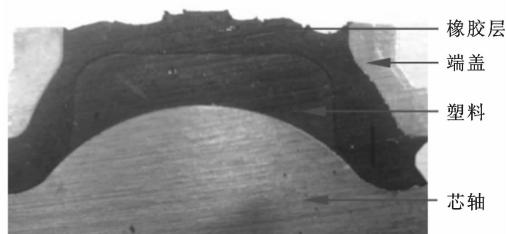


图11 推力杆球铰截面图

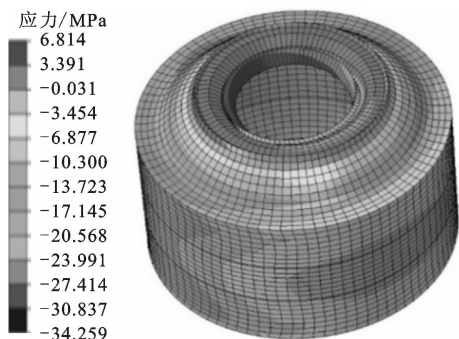


图12 橡胶球铰纵向位移3 mm时的应力云图

胶这一类非线性材料,仿真精度已经满足工程需要。

综上所述,橡胶的压缩性在有限元仿真过程中是不可忽略的,通过泊松比这一变量来修正橡胶体积的压缩性是可行的。

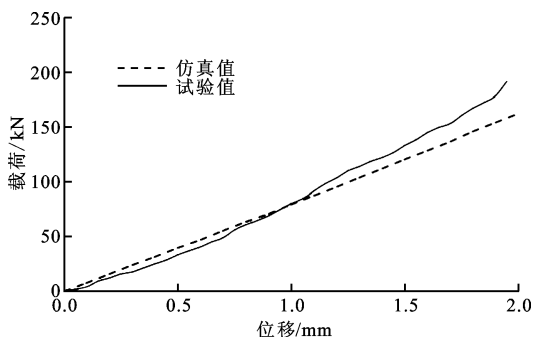


图13 推力杆改进结构的载荷随位移变化的仿真与试验对比

4 结 论

本文用试验和有限元方法研究了橡胶的可压缩性对推力杆球铰纵向刚度的影响,得出的主要结论如下。

(1)橡胶超弹性本构模型的应变能函数包括应变偏量能和体积应变能两部分,本文推导出了—种由泊松比描述的体积应变能表达式。

(2)通过单轴拉伸试验获取了橡胶试件应力-应变曲线,由此拟合出橡胶本构模型的各个参数,二阶Ogden模型拟合出的曲线最为准确。

(3)对推力杆的纵向刚度进行有限元分析,发现泊松比对仿真结果有很大影响,当泊松比取0.492时,仿真曲线与试验曲线吻合。

(4)基于修正的有限元模型对推力杆球铰结构进行了改进,即通过改进橡胶层的尺寸来调整推力杆的纵向刚度。试验表明,橡胶压缩性在有限元仿真中不可忽略,且泊松比可适用于橡胶可压缩性的修正。

参考文献:

- [1] HORGAN C O, MURPHY J G. Constitutive models for almost incompressible isotropic elastic rubber-like materials [J]. *Journal of Elasticity*, 2007, 87(2/3): 133-146.
- [2] ZHANG H, LI J, PENG T. Development and mechanical performance of a new kind of bridge seismic isolator for low seismic regions [J]. *Shock and Vibration*, 2013, 20(4): 725-735.
- [3] MISHRA H K, IGARASHI A, MATSUSHIMA H. Finite element analysis and experimental verification of the scrap tire rubber pad isolator [J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2013, 11(2): 687-707.
- [4] KOROSCHKINA T V, JEWELL E H, CLAYPOLE T C, et al. Experimental and numerical investigation into nonlinear deformation of silicone rubber pads during ink transfer process [J]. *Polymer Testing*, 2008, 27(6): 778-791.
- [5] OSGOOEI P M, KONSTANTINIDIS D, TAIT M J. Variation of the vertical stiffness of strip-shaped fiber-reinforced elastomeric isolators under lateral loading [J]. *Composite Structures*, 2016, 144: 177-184.
- [6] 何小静,上官文斌. 橡胶隔振器静态力-位移关系计算方法的研究 [J]. *振动与冲击*, 2012, 31(11): 91-97.
- HE Xiaojing, SHANGGUAN Wenbin. Calculating methods for force versus displacement relation of a rubber isolator [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(11): 91-97.
- [7] 王国权,刘萌,姚艳春,等. 不同本构模型对橡胶制品有限元法适应性研究 [J]. *力学与实践*, 2013, 35(4): 40-47.
- WANG Guoquan, LIU Meng, YAO Yanchun, et al. Application of different constitutive models in the non-linear finite element method for rubber parts [J]. *Mechanics in Engineering*, 2013, 35(4): 40-47.
- [8] 朱武. 某重型卡车叠层橡胶弹簧有限元分析及稳健设计 [D]. 长沙: 湖南大学, 2011: 26-35.

(下转第76页)